

卫星姿态控制的变结构滑模控制方法

李由, 史梦芯

(西安电子科技大学空间科学与技术学院, 710126, 西安)

摘要: 针对卫星姿态控制问题中经典滑模控制器存在的收敛速率方面的缺陷,提出了一种变结构滑模控制方法。在保持经典滑模控制器结构简单、鲁棒性强的优势前提下,通过对滑模参数进行设计来提高系统的收敛速率,并大幅度减小控制系统的控制力矩与姿态角速度。引入变结构动态滑模参数的概念,在系统尚未到达滑模面时维持经典滑模面结构,而在到达之后开始对滑模参数进行实时更新、放大;引入角速度与控制力矩约束,给出控制参数与系统性能指标之间的约束关系,防止系统状态超过其上界。通过 Lyapunov 稳定性理论及数值仿真对提出方法进行验证,实验结果表明:在合理设置实验参数条件下,所提的变结构滑模控制方法对比经典滑模控制方法收敛速率提高50%,系统的控制力矩和角速度全程不超过其上界。所提的变结构滑模控制方法不仅提高了系统的收敛速度,而且系统状态全程不超上界,这对系统控制和系统寿命有极大的益处。

关键词: 卫星姿态控制;变结构滑模;控制力矩约束;角速度约束

中图分类号: V19 **文献标志码:** A

DOI: 10.7652/xjtuxb202207007 **文章编号:** 0253-987X(2022)07-0056-11



OSID 码

Variable Structure Sliding Mode Control Method for Satellite Attitude Maneuver

LI You, SHI Mengxin

(School of Space Science and Technology, Xidian University, Xi'an 710126, China)

Abstract: For low convergence rate of classic sliding mode controllers, a variable structure sliding mode control method for satellite attitude maneuver is proposed in this paper. Under the premise of maintaining the advantages of simple structure and strong robustness of classic sliding mode controllers, the convergence rate of the system is improved by designing the sliding mode parameters, and the control torque and attitude angular velocity of the control system are greatly reduced. The concept of dynamic sliding mode parameters with variable structure is introduced, the classic sliding mode surface structure is maintained when the system has not yet reached the sliding mode surface, and the sliding mode parameters are updated and enlarged in a realtime manner after it reaches the sliding mode surface. The angular velocity and control torque constraints are introduced, and the constraint relationship between the control parameters and the system performance index is given to prevent the system state from exceeding its upper bound. The proposed method is verified by Lyapunov stability theory and numerical simulation. The results show that under the condition of reasonable setting of experimental parameters, the proposed method improves the convergence rate by 50% compared with the classical sliding mode control method, and the control torque and angular velocity of the system do not exceed their

upper bounds throughout the whole process. This is of great benefit to the system control and system life.

Keywords: satellite attitude control; variable structure sliding mode; control torque constraint; angular velocity constraint

卫星的姿态控制对于航天技术的发展和运用起着关键作用,并且随着航天技术的日益发展和广泛应用,卫星的姿态控制问题越来越受到人们的关注。目前,已有许多研究人员对于卫星姿态控制的基本理论和问题进行了探究^[1-4],这些成果对于实际工程起着重要作用。滑模控制作为研究卫星的姿态控制的众多研究方法之一,虽然在滑模面上的系统状态具有鲁棒性强、稳态精度高等优点,但是滑模控制在收敛速率方面存在不足,并不能满足对快速机动卫星的收敛速率要求。这就要求设计新的滑模控制方法满足卫星控制系统快速收敛的要求。

对于经典滑模控制方法,针对系统状态的有限时间收敛和良好稳定性的问题,冯昱澍等^[5]在考虑扰动存在的情况下,为提高闭环系统的鲁棒性等特性,设计出自适应积分滑模控制器,而宋杉等^[6]设计出自适应固定时间滑模控制器。王小婷^[7]针对挠性卫星姿态系统外部干扰上界未知的问题,结合干扰自适应律和滑模控制设计了干扰自适应滑模控制器。上述研究和所涉及的控制方法都利用了滑模控制,但是针对滑模控制的收敛速率较低这一缺点并没有进行研究和解决。

对于变结构滑模控制方法,梁健等^[8]针对敏捷卫星大角度姿态机动的问题,考虑变结构控制的系统参数变化和干扰具有很强的鲁棒性等特点,设计了基于变结构滑模控制器的敏捷卫星姿态机动方法。董超等^[9]针对柔性航天器挠性附件振动与姿态机动耦合降低控制精度的问题,考虑控制力矩抖振和系统参数鲁棒性差等缺点,设计了改进的变结构滑模控制器。变结构滑模控制可以很好地改善经典滑模控制在收敛速率方面较低的问题,但是上述研究并没有将变结构滑模控制与其他控制方法进行比较,得出变结构滑模控制的优越特性。

对于滑模控制方法在实际工程中的应用,王家琪等^[10]为保证控制系统的控制效果,针对抑制控制系统中的不确定性和外干扰等问题,考虑提高收敛速度的要求,设计了一种基于干扰观测器的新型滑模控制律。唐寅峰等^[11]针对清理太空垃圾和利用太阳能的问题,并考虑消除弹射系统对空间太阳能电站的姿态影响,结合双环滑模变结构控制方法设

计了空间太阳能电站。众多研究者在研究卫星控制系统时都利用了变结构滑模控制方法^[12-16]。在上述的工程应用中,作者只是应用滑模控制来研究系统的稳定性和鲁棒性,并没有将收敛速率作为研究问题进行研究。此外在实际工程中,尤其在航天领域有许多特定系统都有力矩上界和角速率范围^[17],这些重要因素也必须着重考虑和研究。

对于经典滑模控制和变结构滑模控制,不仅在航天科技方面得到应用,而且在机器人^[18]、机械臂^[19]、同步电机^[20-21]、无人机^[22]、Vienna整流器^[23]、导弹制导^[24]、温度控制^[25]等方面都有广泛应用。这足以证明经典滑模控制和变结构滑模控制在众多科技领域都有利用价值,因此发展和研究滑模控制对科技发展有着重要的推进作用。

针对卫星姿态机动控制问题中经典滑模控制存在收敛速率较低的缺陷,设计了一种变结构滑模控制方法。其主要的优势在于其维持了经典滑模控制器结构简单、鲁棒性强的优势,还大幅度提升控制系统的收敛速率。此外本文还讨论系统参数与控制力矩幅值、角速度幅值之间的约束关系,保证了控制器全程不超其上界。利用 Lyapunov 稳定性理论证明控制器的全局稳定性,最后通过数值仿真验证本文所提出的变结构滑模控制器的有效性和优越性。

1 数学模型

刚体卫星的姿态动力学模型可以写为

$$J\dot{\omega} + \omega^{\times} J\omega = u + d \quad (1)$$

式中: ω 为卫星姿态角速度; J 为平台转动惯量矩阵; u 为待设计控制力矩; d 为干扰力矩,且在本次研究中认为 $\|d\| \leq \bar{d}$,即干扰力矩范数有上界且上界为正常数 $\bar{d}$ 。三维向量叉乘算子 $r^{\times}$ 定义为

$$r^{\times} = \begin{bmatrix} 0 & -r_3 & r_2 \\ r_3 & 0 & -r_1 \\ -r_2 & r_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

同时注意到在实际工程应用中转动惯量矩阵 J 一般无法做到精确已知,因此令

$$J = \hat{J} + \tilde{J} \quad (3)$$

式中: $\hat{J}$ 为转动惯量矩阵的估计值(即控制器设计过程中所使用的值); $\tilde{J}$ 为其误差值。

基于四元数描述的卫星姿态运动学模型的表达式为

$$\begin{cases} \dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_v^T \boldsymbol{\omega} \\ \dot{\mathbf{q}}_v = \frac{1}{2} (q_0 \mathbf{I}_3 + \mathbf{q}_v^\times) \boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \mathbf{F} \boldsymbol{\omega} \end{cases} \quad (4)$$

式中: q_0 为姿态四元数标部; $\mathbf{q}_v$ 为姿态四元数矢部。矩阵 $\mathbf{F}$ 的奇异值满足如下性质

$$\lambda_M(\mathbf{F}) = 1 \quad (5)$$

若无特别说明,在本文中,以 $\lambda(\mathbf{A})$ 、 $\lambda_m(\mathbf{A})$ 、 $\lambda_M(\mathbf{A})$ 分别表示矩阵 $\mathbf{A}$ 的奇异值、最小奇异值与最大奇异值。

2 变结构滑模控制器

一般在卫星姿态控制领域,经典的滑模控制中滑模面结构可以写为

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\omega} + k \mathbf{q}_v, \quad k > 0 \quad (6)$$

当系统状态位于该滑模面上时有

$$\boldsymbol{\omega} = -k \mathbf{q}_v \quad (7)$$

以及

$$\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{q}_v = \frac{1}{2} k \mathbf{q}_v^T \mathbf{q}_v = \frac{1}{2} (1 - q_0^2) \quad (8)$$

根据式(6)和式(7)可以看出,系统在该滑模面上具有指数收敛的特性。值得注意的是该滑模面的重要特性之一是角速度与四元数矢部的反向,同时欧拉角的运动学方程表示为^[1]

$$\dot{\varphi} = \mathbf{e}^T \boldsymbol{\omega} = \|\boldsymbol{\omega}\| \cos \alpha \quad (9)$$

式中: α 为姿态角速度与欧拉轴亦即姿态四元数矢部的夹角。

从式(9)可以得出,在角速度范数一定的条件下,角速度与四元数矢部反向时欧拉角具有最快的收敛速率,这也就意味着在该条件下系统对于角速度的利用效率最高,正是因为如此经典滑模控制方法在提出之后得到了众多学者的关注。

经典滑模控制器的一大弊端在于其较慢的收敛速率,经典滑模面锁定滑模参数 k 的做法使得卫星的姿态角速度范数始终正比于姿态四元数范数,而随着系统状态的收敛,角速度的范数也随之急剧下降,从而导致了系统收敛速率的下降。为了解决这一问题,即提升系统收敛速率,增大滑模参数 k 是一种较为直观、可行的手段,但是其带来的弊端则是系统在控制初期所需要的控制力、控制力矩较大,这就会导致出现控制输出饱和的问题,进而导致系统无法追踪期望轨迹。同时该方法还有可能使得系统角速度范数超过其上界,从而带来飞轮过载、推力消耗

加剧、挠性形变增大、姿态确定精度下降等不利影响。

针对上述弊端本文提出一种新的滑模面结构如下

$$\begin{aligned} \mathbf{s} &= \boldsymbol{\omega} + k \mathbf{q}_v, \quad k(0) > 0 \\ k &= \begin{cases} 0, & \|\mathbf{s}\| \geq \epsilon \\ \frac{1}{2} p q_0^3 (1 - q_0), & \|\mathbf{s}\| < \epsilon \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

式中:滑模参数 k 的初值 $k(0)$ 为正常数; p 为待设计正常数; ϵ 为一小的正常数。

变结构滑模面(10)分为两个阶段,第1阶段亦即 $\|\mathbf{s}\| \geq \epsilon$ 时,系统状态尚未到达滑模面,此时角速度矢量与姿态四元数矢部尚未反向,滑模面(10)为经典滑模面,同时滑模参数不进行更新;而在第2阶段亦即 $\|\mathbf{s}\| < \epsilon$ 时,系统到达或近似到达滑模面,角速度矢量与四元数反向,此时滑模参数 k 开始更新,同时基于其更新律可以看到其导数始终为正,这就意味着在系统状态到达滑模面之后,以较小的滑模参数初值开始运行,同时随着系统状态的收敛滑模参数开始实时增大,进而角速度的范数也能够随之得以提升,从而实现提升系统收敛速率的目的,此外值得注意的是在该滑模面上系统姿态角速度始终与四元数矢部保持反向,这也使得经典滑模面的优点得以保持。

基于滑模面(10)的滑模控制器可以写为

$$\begin{aligned} \mathbf{u} &= \\ \begin{cases} -\rho_1 k_s \mathbf{s} + \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}} \boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2} k \hat{\mathbf{J}} \mathbf{F} \boldsymbol{\omega} - l_1 \operatorname{sgn}(\mathbf{s}), & \|\mathbf{s}\| \geq \epsilon \\ -\rho_2 k_s \mathbf{s} + \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}} \boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2} k \hat{\mathbf{J}} \mathbf{F} \boldsymbol{\omega} - \\ \frac{1}{2} p q_0^3 (1 - q_0) \hat{\mathbf{J}} \mathbf{q}_v - l_2 \operatorname{sgn}(\mathbf{s}), & \|\mathbf{s}\| < \epsilon \end{cases} \end{aligned} \quad (11)$$

其中

$$\begin{cases} l_1 = \bar{d} + \lambda \left(\|\boldsymbol{\omega}\|^2 + \frac{1}{2} k \|\boldsymbol{\omega}\| \right) \\ l_2 = \bar{d} + \lambda \left(\|\boldsymbol{\omega}\|^2 + \frac{1}{2} k \|\boldsymbol{\omega}\| + \right. \\ \left. \frac{1}{2} p q_0^3 (1 - q_0) \|\mathbf{q}_v\| \right) \end{cases} \quad (12)$$

式中: k_s 为正常数; λ 为正常数且满足 $\lambda \geq \lambda_M(\hat{\mathbf{J}})$; ρ_i 为控制器增益因子,定义如下

$$\begin{aligned} \rho_i &= \\ \begin{cases} \frac{-k_s \mathbf{s}^T \mathbf{r}_i + \sqrt{(k_s \mathbf{s}^T \mathbf{r}_i)^2 + k_s^2 \|\mathbf{s}\|^2 (\bar{u}^2 - \|\mathbf{r}_i\|^2)}}{k_s^2 \|\mathbf{s}\|^2}, & \|\mathbf{u}\| \geq \bar{u} \\ 1, & \|\mathbf{u}\| < \bar{u} \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

其中

$$\begin{cases} \mathbf{r}_1 = \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k\hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} - l_1 \text{sgn}(\mathbf{s}) \\ \mathbf{r}_2 = \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k\hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\hat{\mathbf{J}}\mathbf{q}_v - \\ l_2 \text{sgn}(\mathbf{s}) \end{cases}$$

式中: $\bar{u}$ 为系统控制力矩上界。增益因子 ρ_i 的作用是维持系统控制力矩不超过其上界,即当控制力矩不超过系统上界时对控制器不作处理,当控制力矩超过系统上界时缩小控制器中的比例项 $-k_s\mathbf{s}$,使其维持在系统上界。

接下来对控制器(11)进行稳定性证明。选取 Lyapunov 函数如下

$$V_s = \frac{1}{2}\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{s} \quad (14)$$

在系统尚未到达滑模面之前,即 $\|\mathbf{s}\| \geq \varepsilon$ 时,对 V_s 求导并代入控制器(11)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= \mathbf{s}^\top \mathbf{J}\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^\top \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + k\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_v = \\ &\mathbf{s}^\top (\mathbf{u} + \mathbf{d} - \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} = \\ &-\rho_1 k_s \mathbf{s}^\top \mathbf{s} + \mathbf{s}^\top \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} - l_1 \mathbf{s}^\top \text{sgn}(\mathbf{s}) + \\ &\mathbf{s}^\top \mathbf{d} - \mathbf{s}^\top \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} = \\ &-\rho_1 k_s \mathbf{s}^\top \mathbf{s} - \mathbf{s}^\top \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{s}^\top \mathbf{d} - \\ &\left(\bar{d} + \lambda \left(\|\boldsymbol{\omega}\|^2 + \frac{1}{2}k\|\boldsymbol{\omega}\| \right) \right) \mathbf{s}^\top \text{sgn}(\mathbf{s}) \leq \\ &-\rho_1 k_s \mathbf{s}^\top \mathbf{s} \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

在系统到达滑模面之后,即 $\|\mathbf{s}\| \leq \varepsilon$ 时,对其求导并代入控制器(11)可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_s &= \mathbf{s}^\top \mathbf{J}\dot{\mathbf{s}} = \mathbf{s}^\top \mathbf{J}\dot{\boldsymbol{\omega}} + k\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\dot{\mathbf{q}}_v + \dot{k}\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{q}_v = \\ &\mathbf{s}^\top (\mathbf{u} + \mathbf{d} - \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega}) + \frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} + \\ &\frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{q}_v = -\rho_2 k_s \mathbf{s}^\top \mathbf{s} + \mathbf{s}^\top \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} - \\ &\frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\mathbf{s}^\top \hat{\mathbf{J}}\mathbf{q}_v - l_2 \mathbf{s}^\top \text{sgn}(\mathbf{s}) + \\ &\mathbf{s}^\top \mathbf{d} - \mathbf{s}^\top \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} + \\ &\frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\mathbf{s}^\top \mathbf{J}\mathbf{q}_v = -\rho_2 k_s \mathbf{s}^\top \mathbf{s} + \mathbf{s}^\top \mathbf{d} - \\ &\mathbf{s}^\top \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}k\mathbf{s}^\top \hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\mathbf{s}^\top \hat{\mathbf{J}}\mathbf{q}_v - \\ &\left(\bar{d} + \lambda \left(\|\boldsymbol{\omega}\|^2 + \frac{1}{2}k\|\boldsymbol{\omega}\| + \right. \right. \\ &\left. \left. \frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\|\mathbf{q}_v\| \right) \right) \mathbf{s}^\top \text{sgn}(\mathbf{s}) \leq -\rho_2 k_s \mathbf{s}^\top \mathbf{s} \leq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

从而有滑模状态 $\mathbf{s}$ 一致渐近稳定,而由前文讨论,系统状态 $\boldsymbol{\omega}$ 与 $\mathbf{q}_v$ 在滑模面 $\mathbf{s}=\mathbf{0}$ 上一致渐近稳定,从而系统(1)、(4)在控制器(11)的作用下的一致渐近稳定,系统稳定性证明完毕。

3 系统约束讨论

一般来说,为了让系统拥有更快的收敛速率,滑模参数 k 的初值应当越大越好,同时滑模更新参数 p 也应当选取较大的数值,但是很明显的是过大的参数可能使得系统所需要的控制力矩超过上界,进而出现真实状态无法跟踪期望状态的情况,同时角速度的范数也可能超过系统上界,进而影响平台的控制性能。综上所述,本小节需要给出系统参数与控制力矩幅值 $\bar{u}$ 、角速度幅值 $\bar{\varepsilon}$ 之间的约束关系。

首先讨论系统控制力矩对于控制参数的选取约束。考虑到控制器(11)中滑模参数的比例项 $-k_s\mathbf{s}$ 可以通过控制增益因子 ρ_i 进行放缩,因而控制器(11)中的第一项并不影响控制力矩饱和问题,关键是保证控制器中之后几项不超过系统上界。在系统尚未到达滑模面时,有

$$\begin{aligned} \|\mathbf{r}_1\| &= \left\| \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k\hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} - l_1 \text{sgn}(\mathbf{s}) \right\| \approx \\ &\left\| \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} + \frac{1}{2}k\mathbf{J}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} \right\| \leq \lambda_M(\mathbf{J}) \left(\bar{\varepsilon}^2 + \frac{1}{2}k(0)\bar{\varepsilon} \right) \end{aligned} \quad (17)$$

式中: $\bar{\varepsilon}$ 为系统姿态角速度范数上界,进而只需满足下式

$$\lambda_M(\mathbf{J}) \left(\bar{\varepsilon}^2 + \frac{1}{2}k(0)\bar{\varepsilon} \right) \leq \bar{u} \quad (18)$$

即可保证系统状态在滑模面之外时,所需要的控制力矩不超过上界的要求。

当系统状态到达滑模面之后,姿态角速度满足

$$\boldsymbol{\omega} = -k\mathbf{q}_v \quad (19)$$

同时注意到

$$\begin{aligned} q_0^3(1-q_0) &= \frac{1}{3}q_0^3(3-3q_0) \leq \\ &\frac{1}{3} \left(\frac{q_0+q_0+q_0+3-3q_0}{4} \right)^4 = \frac{27}{256} < \frac{1}{9} \end{aligned} \quad (20)$$

从而可以得到

$$\begin{aligned} \|\mathbf{r}_2\| &= \left\| \boldsymbol{\omega}^\times \hat{\mathbf{J}}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k\hat{\mathbf{J}}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} - \right. \\ &\left. \frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\hat{\mathbf{J}}\mathbf{q}_v - l_2 \text{sgn}(\mathbf{s}) \right\| \approx \\ &\left\| \boldsymbol{\omega}^\times \mathbf{J}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k\mathbf{J}\mathbf{F}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}pq_0^3(1-q_0)\mathbf{J}\mathbf{q}_v \right\| = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \|k^2 \mathbf{q}_v^\times \mathbf{J} \mathbf{q}_v + \frac{1}{2} k^2 q_0 \mathbf{J} \mathbf{q}_v - \frac{1}{2} p q_0^3 (1 - q_0) \mathbf{J} \mathbf{q}_v\| \leq \\ & \lambda_M(\mathbf{J}) \left(k^2 \|\mathbf{q}_v\|^2 + \left(\frac{1}{2} k^2 + \frac{1}{18} p \right) \|\mathbf{q}_v\| \right) \leq \\ & \lambda_M(\mathbf{J}) \left(\frac{3}{2} k^2 + \frac{1}{18} p \right) \|\mathbf{q}_v\| \end{aligned} \quad (21)$$

定义辅助变量 z 如下

$$z = \lambda_M(\mathbf{J}) \left(\frac{3}{2} k^2 + \frac{1}{18} p \right) \|\mathbf{q}_v\| \quad (22)$$

很明显的, z 为控制器(11)中向量 $\mathbf{r}_2$ 的范数上界, 若能够保证 $z \leq \bar{u}$ 即可保证 $\|\mathbf{r}_2\| \leq \bar{u}$, 因此只需讨论辅助变量 z 的幅值即可。对式(22)求导可以得到

$$\begin{aligned} \dot{z} &= \lambda_M(\mathbf{J}) \left(3k\dot{k} \|\mathbf{q}_v\| + \left(\frac{3}{2} k^2 + \frac{1}{18} p \right) \frac{d\|\mathbf{q}_v\|}{dt} \right) = \\ & \frac{1}{2} \lambda_M(\mathbf{J}) k q_0 \|\mathbf{q}_v\| \left(3p q_0^2 (1 - q_0) - \frac{3}{2} k^2 - \frac{1}{18} p \right) \end{aligned} \quad (23)$$

从而当 z 取极值时有

$$k^2 = 2p q_0^2 (1 - q_0) - \frac{1}{27} p \quad (24)$$

进而有

$$\begin{aligned} z &\leq 3\lambda_M(\mathbf{J}) p q_0^2 (1 - q_0) \|\mathbf{q}_v\| = \\ & 3\lambda_M(\mathbf{J}) p q_0^2 (1 - q_0) \sqrt{1 - q_0^2} = \\ & 3\lambda_M(\mathbf{J}) p \sqrt{q_0^4 (1 - q_0)^2 (1 - q_0^2)} \leq \\ & 3\sqrt{2} \lambda_M(\mathbf{J}) p \sqrt{q_0^3 (1 - q_0)^3} \leq \\ & \frac{3\sqrt{2}}{8} \lambda_M(\mathbf{J}) p \end{aligned} \quad (25)$$

因此只需满足下式

$$\frac{3\sqrt{2}}{8} \lambda_M(\mathbf{J}) p \leq \bar{u} \quad (26)$$

即可保证系统控制力矩全程不超过其上界。

综上所述, 系统控制力矩对于滑模参数的约束可以写为

$$\begin{cases} \lambda_M(\mathbf{J}) \left(\bar{\epsilon}^2 + \frac{1}{2} k(0) \bar{\epsilon} \right) \leq \bar{u} \\ \frac{3\sqrt{2}}{8} \lambda_M(\mathbf{J}) p \leq \bar{u} \end{cases} \quad (27)$$

式(27)中的第1式是系统对于滑模参数初值的约束, 第2式是对于滑模更新参数的约束, 二者共同保障系统的控制力矩约束。

接下来需要讨论系统角速度上界 $\bar{\epsilon}$ 对于控制参数的约束, 注意到在系统状态到达滑模面之前滑模面为经典滑模, 此时滑模参数固定, 而在控制器(11)作用下的滑模系统为经典二阶系统, 同时系统超调量一般不超过 100%, 因此选取滑模参数初值满足

下式

$$k(0) \leq \frac{1}{2} \bar{\epsilon} \quad (28)$$

即可使该阶段系统角速度范数不超过其上界。

在系统状态到达滑模面之后, 计算角速度范数的导数可以得到

$$\begin{aligned} \frac{d\|\boldsymbol{\omega}\|}{dt} &= \dot{k} \|\mathbf{q}_v\| + k \frac{d\|\mathbf{q}_v\|}{dt} = \\ & \frac{1}{2} p q_0^3 (1 - q_0) \|\mathbf{q}_v\| - \frac{1}{2} k^2 q_0 \|\mathbf{q}_v\| = \\ & \frac{1}{2} q_0 \|\mathbf{q}_v\| (p q_0^2 (1 - q_0) - k^2) \end{aligned} \quad (29)$$

从而当角速度范数取得其极值时有

$$k^2 = p q_0^2 (1 - q_0) \quad (30)$$

从而可以得到

$$\begin{aligned} \|\boldsymbol{\omega}\| &= k \|\mathbf{q}_v\| \leq \sqrt{p q_0^2 (1 - q_0)} \sqrt{1 - q_0^2} \leq \\ & \sqrt{2p} \sqrt{q_0^2 (1 - q_0)^2} \leq \frac{\sqrt{2p}}{4} \end{aligned} \quad (31)$$

因此系统角速度范数对于控制参数的约束为

$$\begin{cases} k(0) \leq \frac{1}{2} \bar{\epsilon} \\ \sqrt{2p}/4 \leq \bar{\epsilon} \end{cases} \quad (32)$$

式(32)中的第1式为角速度对于滑模参数初值的约束, 而第2式则为角速度对于滑模更新参数的约束。

4 收敛性对比分析

对于卫星姿态控制而言较为常用的经典滑模面表达式为

$$\mathbf{s} = \boldsymbol{\omega} + k \mathbf{q}_v \quad (33)$$

式中: k 为正常数。

当系统状态到达滑模面时, 有 $\boldsymbol{\omega} = -k \mathbf{q}_v$, 因此选取 Lyapunov 函数如下

$$V = 1 - q_0 \quad (34)$$

对其求导可以得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_1 &= -\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} k \mathbf{q}_v^\top \mathbf{q}_v = -\frac{1}{2} k(0) \mathbf{q}_v^\top \mathbf{q}_v \leq 0 \end{aligned} \quad (35)$$

对于本文设计的变结构滑模控制器, 当系统到达滑模面时, 有 $\boldsymbol{\omega} = -k \mathbf{q}_v$, 因此同样选取 Lyapunov 函数式(34)。对其求导可以得到

$$\dot{V}_2 = -\dot{q}_0 = -\frac{1}{2} k \mathbf{q}_v^\top \mathbf{q}_v \leq 0 \quad (36)$$

又因为本文设计的变结构滑模控制器中, 当系统到达滑模面时 $\dot{k} = \frac{1}{2} p q_0^3 (1 - q_0) > 0$, 因此 $\|\dot{V}_2\| >$

$\|\dot{V}_1\|$, 即证明本文设计的变结构控制的收敛性优

于经典滑模控制。

5 数值仿真

首先设定系统参数如下

$$\begin{cases} J = \text{diag}([30 \ 25 \ 20]) \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ \hat{J} = \text{diag}([22 \ 24 \ 21]) \text{ kg} \cdot \text{m}^2, \\ \lambda = 2, t_{\text{sample}} = 0.5 \text{ s}, \bar{d} = 0.001 \text{ N} \cdot \text{m}, \\ \bar{u} = 0.5 \text{ N} \cdot \text{m}, \bar{\varepsilon} = 0.1 \text{ rad/s}, \\ \boldsymbol{\omega}(t_0) = [-0.03 \ -0.04 \ 0.05]^T \text{ rad/s}, \\ \boldsymbol{q}(t_0) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{\sqrt{3}}{3} & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}^T \end{cases}$$

(37)

同时为了说明本次研究所提出算法的有效性与优越性,将以如下的经典滑模控制器(38)作为对比,仿真结果如图 1~图 4 所示。

$$\begin{cases} \boldsymbol{s} = \boldsymbol{\omega} + k\boldsymbol{q}_v \\ \boldsymbol{u} = -k_s\boldsymbol{s} + \boldsymbol{\omega}^\times \boldsymbol{J}\boldsymbol{\omega} - \frac{1}{2}k\boldsymbol{J}\boldsymbol{F}\boldsymbol{\omega} - \bar{d}\text{sgn}(\boldsymbol{s}) \\ k = 0.05, k_s = 2 \end{cases} \quad (38)$$

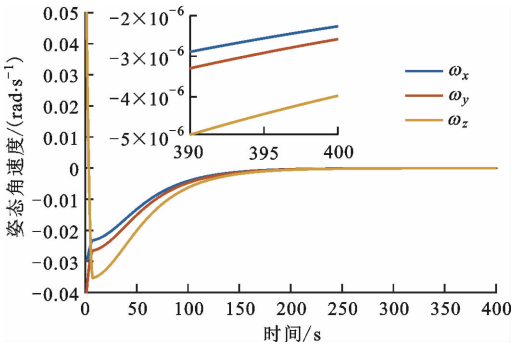


图 1 经典滑模控制器的姿态角速度曲线
Fig.1 Attitude angular velocity curve of classical sliding mode controller

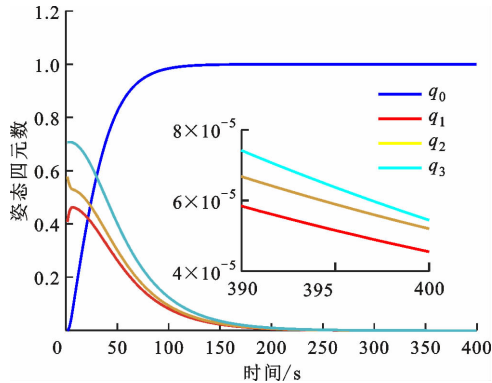


图 2 经典滑模控制器的姿态四元数曲线
Fig.2 Attitude quaternion curve of classical sliding mode controller

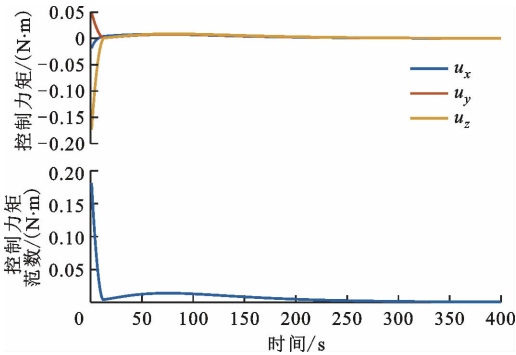


图 3 经典滑模控制器的控制力矩及其范数曲线
Fig.3 Control torque and norm curve of classical sliding mode controller

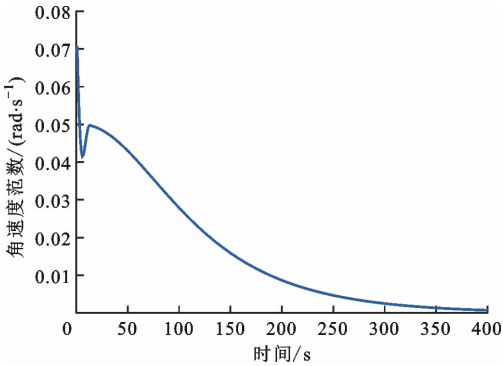


图 4 经典滑模控制器的角速度范数曲线
Fig.4 Angular velocity norm curve of classical sliding mode controller

如果使经典滑模的参数与变结构滑模的参数相同,由图 1~图 4 可以看出,系统能够稳定收敛,收敛时间约为 240 s,此外在 400 s 时的角速度与四元数稳态精度分别为 $5 \times 10^{-6} \text{ rad/s}$ 与 8×10^{-5} 。通过仿真结果可以发现,此条件下的控制力矩范数和角速率都没有超过各自的上界,但是此条件下的收敛速率远低于 k 较大时和变结构滑模控制的收敛速率,这表明同等条件下经典滑模控制的收敛速率远低于变结构滑模控制,不能够满足控制系统的收敛速率要求。

为增加经典滑模控制与变结构滑模控制的对比效果,将经典滑模控制器(38)中的 k 提高数倍使得其与变结构滑模控制的收敛速率在同一级别,参数修改如下式所示,仿真结果如图 5~图 8 所示。

$$k = 0.12, k_s = 2 \quad (39)$$

如果使经典滑模的收敛速率与变结构滑模的收敛速率达到同一级别,则需要使得经典滑模参数 k 是变结构滑模参数 k 的数倍。基于图 5~图 8 可以看出,系统能够稳定收敛,收敛时间约为 100 s,此外

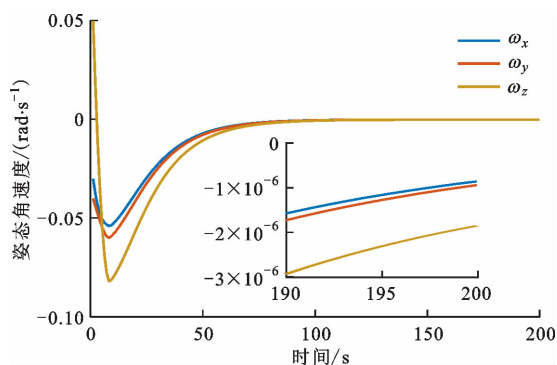


图5 经典滑模控制器的姿态角速度曲线

Fig.5 Attitude angular velocity curve of classical sliding mode controller

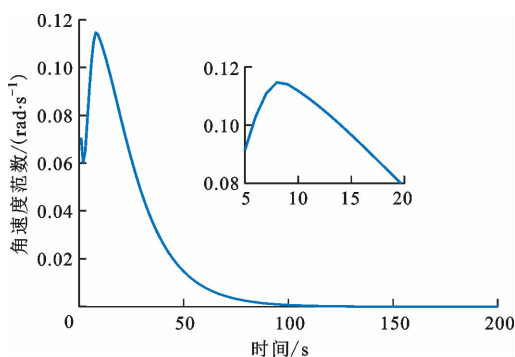


图8 经典滑模控制器的角速度范数曲线

Fig.8 Angular velocity norm curve of classical sliding mode controller

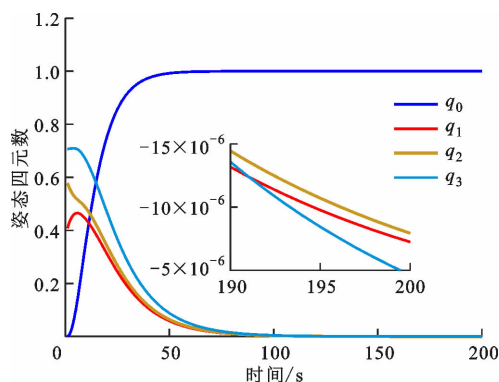


图6 经典滑模控制器的姿态四元数曲线

Fig.6 Attitude quaternion curve of classical sliding mode controller

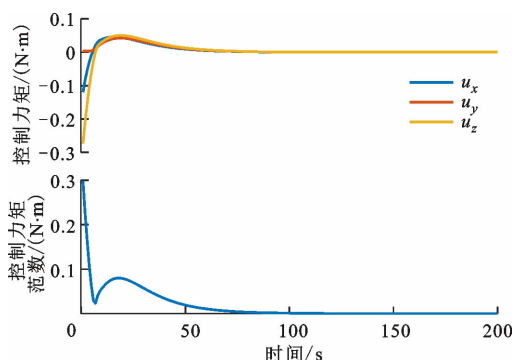


图7 经典滑模控制器的控制力矩及其范数曲线

Fig.7 Control torque and norm curve of classical sliding mode controller

在 200 s 时的角速度与四元数稳态精度分别为 3×10^{-6} rad/s 与 1.5×10^{-5} 。通过仿真结果可以看出,此条件下的仿真结果使得系统初始控制力矩较大,由图 7 和图 8 可以很明显地看出,虽然整个控制力矩不超过系统上界,但是存在约 10 s 的区间(5~15 s)超过系统的姿态角速度上界。若采用飞轮、力矩

陀螺等角动量交换装置作为控制执行机构,角速度超过上界意味着需要通过推力器工作对角动量机构进行卸载,进而影响到系统的寿命,这一弊端在实际工程应用中对卫星的寿命限制较为严重。

接下来给出本文所提出的变结构滑模控制器的仿真结果。首先选取控制参数如下

$$k(0)=0.05, p=0.08, \lambda=3, k_s=2 \quad (40)$$

对控制力矩约束式(27)与角速度约束式(32)进行校验可以得到

$$\begin{cases} \lambda_M(\mathbf{J}) \left(\bar{\epsilon}^2 + \frac{1}{2} k(0) \bar{\epsilon} \right) = 0.375 < 0.5 \\ \frac{3\sqrt{2}}{8} \lambda_M(\mathbf{J}) p \approx 0.47 < 0.5 \end{cases} \quad (41)$$

$$\begin{cases} k(0) = 0.05 \leq \frac{1}{2} \bar{\epsilon} \\ \frac{\sqrt{2p}}{4} \approx 0.1 \leq \bar{\epsilon} \end{cases} \quad (42)$$

可以看到系统控制力矩约束与角速度约束能够同时得到满足。

本文所提出的变结构滑模控制器仿真结果如图 9~图 13 所示。

由图 9、图 10 可以看出,系统在控制器作用下稳定收敛,且收敛时间约为 105 s,与经典滑模控制器(38)($k=0.05$)收敛时间相比有大幅度提升,这表明本文所提出的变结构滑模控制器收敛速率明显优于经典滑模控制器。同时由图 9、图 10 可以看出,系统角速度与四元数的稳态精度为 5×10^{-6} rad/s 与 6×10^{-6} ,系统稳态精度仍然维持在较高的水准。但由图 11、图 13 可以看出,系统控制力矩与角速度范数全程不超过系统上界,这证明了本次研究所提出的控制参数约束的有效性,并避免了控制力矩饱和与角速度饱和带来的一系列问题。同时由图 12

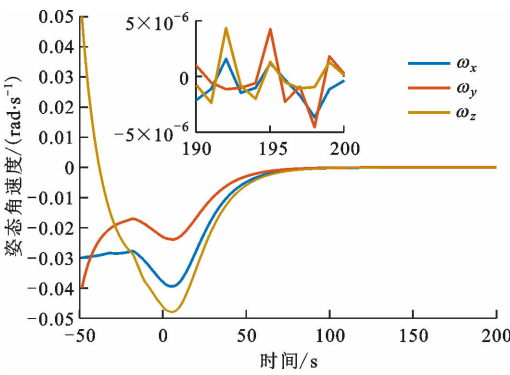


图 9 变结构滑模控制器的姿态角速度曲线

Fig. 9 Attitude angular velocity curve of variable structure sliding mode controller

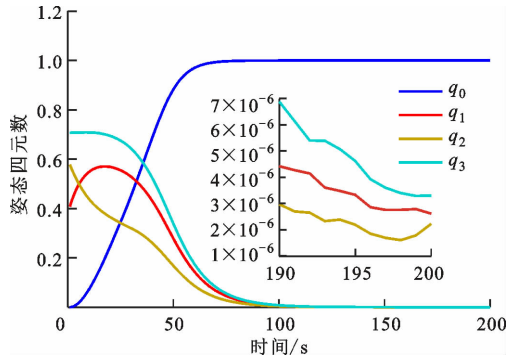


图 10 变结构滑模控制器的四元数曲线

Fig. 10 Quaternion curve of variable structure sliding mode controller

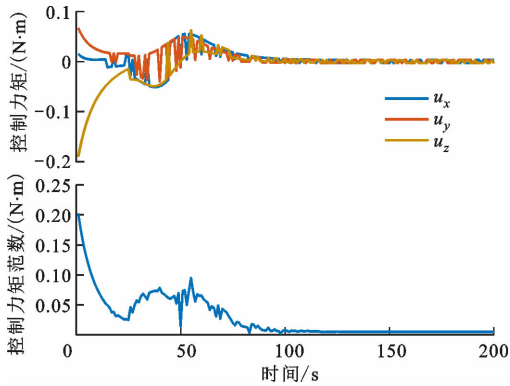


图 11 变结构滑模控制器的控制力矩及其范数曲线

Fig. 11 Control torque and norm curve of variable structure sliding mode controller

可以看出,滑模参数从初始值 0.05 开始逐步更新、放大,最终达到 0.16 左右,也正是滑模参数的实时放大避免了系统姿态角速度的过快下降,进而系统在滑模面上维持了较快速度的收敛速率,由图 13 的角速度范数曲线中也可以看出,在系统状态到达滑模面之后,系统姿态角速度有一个明显的先增后减

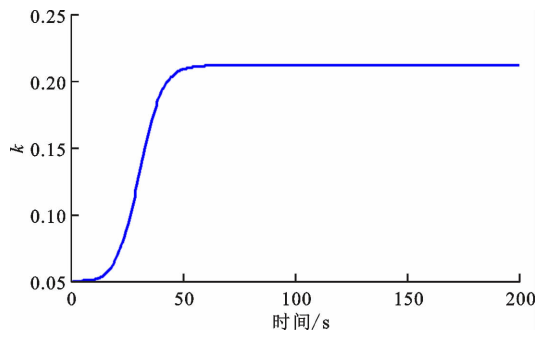


图 12 变结构滑模控制器的滑模参数曲线

Fig. 12 Sliding mode parameter curve of variable structure sliding mode controller

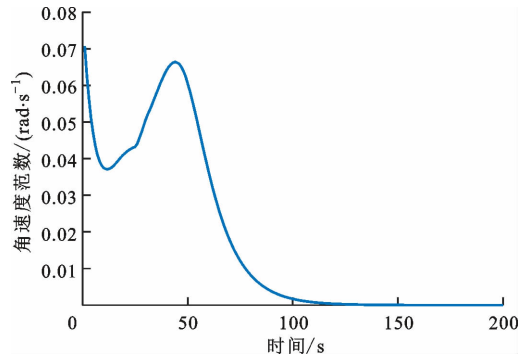


图 13 变结构滑模控制器的角速度范数曲线

Fig. 13 Angular velocity norm curve of variable structure sliding mode controller

的过程,这也是本文所设计的变结构滑模控制器的核心思路。

由控制器设计过程可以看到,主要影响系统收敛速率的是滑模初始参数 $k(0)$ 与滑模更新参数 p ,二者选取较大的值能够带来更快地收敛速率,同时系统能够更加有效地利用控制机构能力。为说明二者对系统收敛速率的影响,选取多组仿真初值并进行仿真,其结果如图 14~图 16 所示。

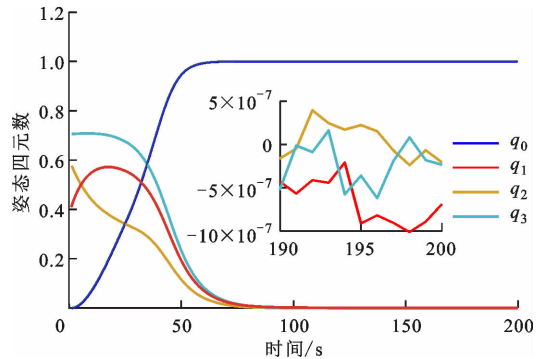


图 14 $k(0)=0.05$ 、 $p=0.15$ 条件下四元数曲线

Fig. 14 Quaternion curve under $k(0)=0.05$, $p=0.15$

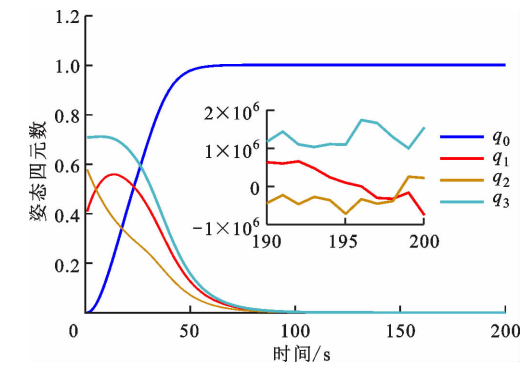


图 15 $k(0)=0.08, p=0.08$ 条件下四元数曲线
Fig. 15 Quaternion curve under $k(0)=0.08, p=0.08$

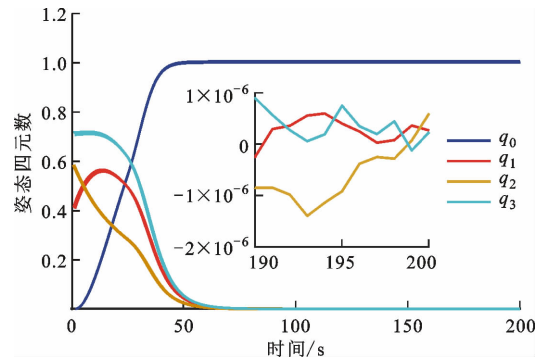


图 16 $k(0)=0.08, p=0.25$ 条件下四元数曲线
Fig. 16 Quaternion curve under $k(0)=0.08, p=0.25$

可以看出,3 组收敛时间分别为 90 s、95 s 与 70 s,分别相比较于第一组变结构滑模控制的收敛速率

都有所提升,这样说明增大滑模初值与其更新参数均能够提高系统收敛速度,但值得注意的是,在这 3 组仿真中只有前两组满足系统角速度约束亦即角速度未超过系统上界(严格参数约束式(32)已经不满足),最后一组系统角速度已超过系统上界,这也说明需要在系统收敛速率与性能约束之间进行合理平衡。

由表 1 所示的对经典滑模控制器与变结构滑模控制器的对比可以看出:同样条件下变结构滑模控制的收敛速率远大于经典滑模控制;不同条件时在基本维持变结构滑模控制的收敛时间与经典滑模控制在同一水平的前提下,系统的稳态精度仍然与经典滑模控制器保持在同一水平,但本文所提出的变结构滑模控制器解决了系统控制力矩饱和与角速度饱和的缺陷,并有效地提升了控制系统的收敛速率。

6 结 论

本文基于经典滑模控制器提出了一种变结构滑模控制器,在维持原有经典滑模鲁棒性强、物理特性明确的优势下,通过设计动态滑模面与滑模参数更新律,进而提高了系统的收敛速率,解决了经典滑模控制器中存在的收敛速率较慢的缺陷。此外还解决了当控制系统对收敛速率有较高要求时,经典滑模控制的控制力矩和姿态角速度因 k 增大而带来的其各自超过上界的问题。

表 1 经典滑模控制器与变结构滑模控制器对比

Table 1 Comparison between classical sliding mode controller and variable structure sliding mode controller

参数	收敛时间/s	角速度精度/ (rad · s ⁻¹)	四元数精度	控制力矩范数上界/ (N · m)	角速度范数上界/ (rad · s ⁻¹)
经典滑模控制器($k=0.05$)	240	5×10^{-6}	8×10^{-5}	0.18	0.075
经典滑模控制器($k=0.12$)	100	3×10^{-6}	1.5×10^{-5}	0.30	0.120
变结构滑模控制器($k=0.05$)	105	5×10^{-6}	6×10^{-6}	0.20	0.075

研究结果表明,通过对于滑模参数的实时放大与更新,能够在初始滑模参数较小的前提下,有效避免系统角速度下降过快而带来的缺陷,从而实现对于系统收敛速率的改良,进而提升系统在平衡点附近的性能。值得注意的是,该研究所采用的方法均考虑的是最极端情形,这也意味着系统性能没有得到完全利用,而这也是作者在后续研究中需要重点解决的。

参考文献:

[1] 姜斌,张柯,杨浩,等. 卫星姿态控制系统容错控制综述 [J]. 航空学报, 2021, 42(11): 59-72.
JIANG Bin, ZHANG Ke, YANG Hao, et al. Fault-

tolerant control of satellite attitude control systems: review [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2021, 42(11): 59-72.
[2] 谭天乐. 卫星姿态的状态转移控制 [J]. 控制理论与应用, 2017, 34(5): 655-662.
TAN Tianle. State transition control of satellite attitude [J]. Control Theory & Applications, 2017, 34 (5): 655-662.
[3] 谭天乐,尹俊雄,郑翰清. 卫星姿态大角度机动的轨迹规划和模型预测与反演控制 [J]. 飞控与探测, 2019, 2(1): 17-23.
TAN Tianle, YIN Junxiong, ZHENG Hanqing. Model predictive and inversive control for large-angle maneuvering of satellite attitude with trajectory planning

- [J]. Flight Control & Detection, 2019, 2(1): 17-23.
- [4] 魏才盛. 航天器姿态预设性能控制方法研究 [D]. 西安: 西北工业大学, 2019.
- [5] 冯昱澍, 刘昆, 冯健. 航天器姿态跟踪有限时间自适应积分滑模控制 [J]. 电子科技大学学报, 2021, 50(4): 527-534.
- FENG Yushu, LIU Kun, FENG Jian. Finite time adaptive integral sliding mode control method for spacecraft attitude tracking [J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2021, 50(4): 527-534.
- [6] 宋杉, 丁美丽, 王桂明, 等. 研究自适应固定时间的空天飞行器姿态滑模控制 [J]. 粘接, 2020, 44(11): 181-184, 188.
- SONG Shan, DING Meili, WANG Guiming, et al. Research on adaptive fixed-time aerospace vehicle attitude sliding mode control [J]. Adhesion, 2020, 44(11): 181-184, 188.
- [7] 王小婷. 挠性卫星基于四元数的滑模姿态控制 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
- [8] 梁健, 眭晓虹, 赵阳, 等. 基于变结构控制器的敏捷卫星姿态机动方法 [J]. 导航与控制, 2020, 19(2): 59-66.
- LIANG Jian, SUI Xiaohong, ZHAO Yang, et al. Attitude maneuvering method of agile satellite based on variable structure controller [J]. Navigation and Control, 2020, 19(2): 59-66.
- [9] 董超, 徐世杰, 王浩, 等. 柔性航天器快速机动过程主动振动与姿态控制方法研究 [J]. 中国科学(物理学 天文学), 2021, 51(10): 38-50.
- DONG Chao, XU Shijie, WANG Hao, et al. Flexible spacecraft attitude maneuver via adaptive sliding mode control and mixed component synthesis vibration suppression [J]. Scientia Sinica (Physica, Mechanica & Astronomica), 2021, 51(10): 38-50.
- [10] 王家琪, 郭建国, 郭宗易, 等. 基于干扰观测器的高马赫数飞行器滑模控制 [J]. 空天防御, 2021, 4(3): 85-91.
- WANG Jiaqi, GUO Jianguo, GUO Zongyi, et al. Sliding mode control of high Mach number aircraft based on disturbance observer [J]. Air & Space Defense, 2021, 4(3): 85-91.
- [11] 唐寅峰, 杨靖宇, 张峻渤. 天基卫星智能通用弹射系统设计与控制 [J]. 沈阳航空航天大学学报, 2021, 38(1): 8-14.
- TANG Yinfeng, YANG Jingyu, ZHANG Junbo. Design and control of space-based satellite intelligent universal ejection system [J]. Journal of Shenyang Aerospace University, 2021, 38(1): 8-14.
- [12] 罗宗樾, 管萍, 戈新生. 动态滑模在航天器姿态控制中的应用 [J]. 北京信息科技大学学报(自然科学版), 2021, 36(4): 9-13.
- LUO Zongyue, GUAN Ping, GE Xinsheng. Application of dynamic sliding mode in spacecraft attitude control [J]. Journal of Beijing Information Science & Technology University, 2021, 36(4): 9-13.
- [13] 王雪冰, 吴忠. 基于干扰观测器的挠性卫星姿态滑模变结构控制 [J]. 空间控制技术与应用, 2017, 43(2): 36-42.
- WANG Xuebing, WU Zhong. Attitude control of flexible satellites via disturbance-observer-based sliding mode controller [J]. Aerospace Control and Application, 2017, 43(2): 36-42.
- [14] 朱庆华. 不确定性大型桁架结构卫星姿态控制方法研究 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2019.
- [15] 曹雨佳. 模糊滑模与神经网络混合卫星姿态控制 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学, 2018.
- [16] 郑里鹭, 田钧, 龙飞. 滑模变结构控制趋近运动边界特性研究 [J/OL]. 控制工程 [2021-07-05]. <http://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20200618>.
- ZHENG Lijiu, TIAN Jun, LONG Fei. Research on characteristics of sliding mode variable structure control approaching motion boundary [J/OL]. Control Engineering of China [2021-07-05]. <http://doi.org/10.14107/j.cnki.kzgc.20200618>.
- [17] 郑重, 李鹏, 钱默抒. 具有角速度和输入约束的航天器姿态协同控制 [J]. 自动化学报, 2021, 47(6): 1444-1452.
- ZHENG Zhong, LI Peng, QIAN Moshu. Spacecraft attitude coordination control with angular velocity and input constraints [J]. Acta Automatica Sinica, 2021, 47(6): 1444-1452.
- [18] 席万强, 宋莹, 宋长坡, 等. 基于迭代学习的机器人自适应滑模控制 [J]. 组合机床与自动化加工技术, 2021(9): 111-116.
- XI Wanqiang, SONG Ying, SONG Changpo, et al. Adaptive sliding mode control of robot based on iterative learning [J]. Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique, 2021(9): 111-116.
- [19] 张润梅, 罗谷安, 袁彬, 等. 多关节机械臂干扰观测器的自适应滑模控制 [J]. 机械科学与技术, 2021, 40(10): 1595-1602.
- ZHANG Runmei, LUO Guan, YUAN Bin, et al. Adaptive sliding mode control of disturbance observer for multi-joint manipulator [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2021, 40

- (10): 1595-1602.
- [20] 丁威, 杜钦君, 宋传明, 等. 均值耦合多电机滑模速度同步控制 [J]. 西安交通大学学报, 2022, 56(2): 159-170.
- DING Wei, DU Qinjun, SONG Chuanming, et al. A synchronous control method for mean-coupled sliding mode speed of multi-motor [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2022, 56(2): 159-170.
- [21] 赵峰, 罗雯, 高峰阳, 等. 考虑滑模抖振和扰动补偿的永磁同步电机改进滑模控制 [J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(6): 28-35.
- ZHAO Feng, LUO Wen, GAO Fengyang, et al. An improved sliding mode control for PMSM considering sliding mode chattering and disturbance compensation [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(6): 28-35.
- [22] 张志赞, 谢习华. 四旋翼无人机模型参考自适应滑模控制 [J]. 制造业自动化, 2020, 42(2): 9-15, 31.
- ZHANG Zhiyun, XIE Xihua. Model reference adaptive sliding mode control for quadrotor UAV [J]. Manufacturing Automation, 2020, 42(2): 9-15, 31.
- [23] 周运红, 张爱民, 张杭, 等. 电压不平衡下 Vienna 整流器的谐振滑模控制策略 [J]. 西安交通大学学报, 2020, 54(4): 76-84.
- ZHOU Yunhong, ZHANG Aimin, ZHANG Hang, et al. A resonance sliding mode control strategy for Vienna rectifier under unbalanced voltage conditions [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2020, 54(4): 76-84.
- [24] 陈昌旭, 李洋, 祁琪, 等. 基于滑模变结构的导弹制导律设计 [J]. 兵器装备工程学报, 2016, 37(12): 56-59.
- CHEN Changxu, LI Yang, QI Qi, et al. Missile guidance law design based on sliding mode [J]. Journal of Ordnance Equipment Engineering, 2016, 37(12): 56-59.
- [25] 冯旭刚, 鲍立昌, 章家岩, 等. 热风炉拱顶温度模糊自适应滑模控制策略 [J]. 西安交通大学学报, 2021, 55(6): 150-157.
- FENG Xugang, BAO Lichang, ZHANG Jiayan, et al. Fuzzy adaptive sliding mode control strategy for vault temperature of hot blast stove [J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2021, 55(6): 150-157.

(编辑 武红江 杜秀杰)